

數學教育「卓師工作室」

2018/2019

成果分享會

解難策略「窮盡法」

三年級~數的組合與加減

黃靜怡老師（組長）

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

教學目標：

運用窮盡法解答有關加減的高
階思維題目

學懂策略

應用層面

知識轉移

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

前測題目

試一試

Q1 利用 0、1、3、4 這四個數字，最多可以組成_____個不同的四位數。

思考區：

Q2 已知下面算式的和是一個四位數，但被塗污了。現提供了以下三張數卡組成加數，問加數可能是多少？(請列出所有可能的答案)

$$\begin{array}{r} \\ + \\ \hline \text{☁} \text{☁} \text{☁} \text{☁} \end{array}$$

7 9 1

答：加數(方格內的數)可能是_____。

Q3

已知下面算式的差是一個四位數，但被塗污了。現提供了以下四張數卡組成減數，問可以組成的減數有多少個？

$$\begin{array}{r} \\ - \\ \hline \text{☁} \text{☁} \text{☁} \text{☁} \end{array}$$

5 9 0 2

答：可以組成的減數有_____個。

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

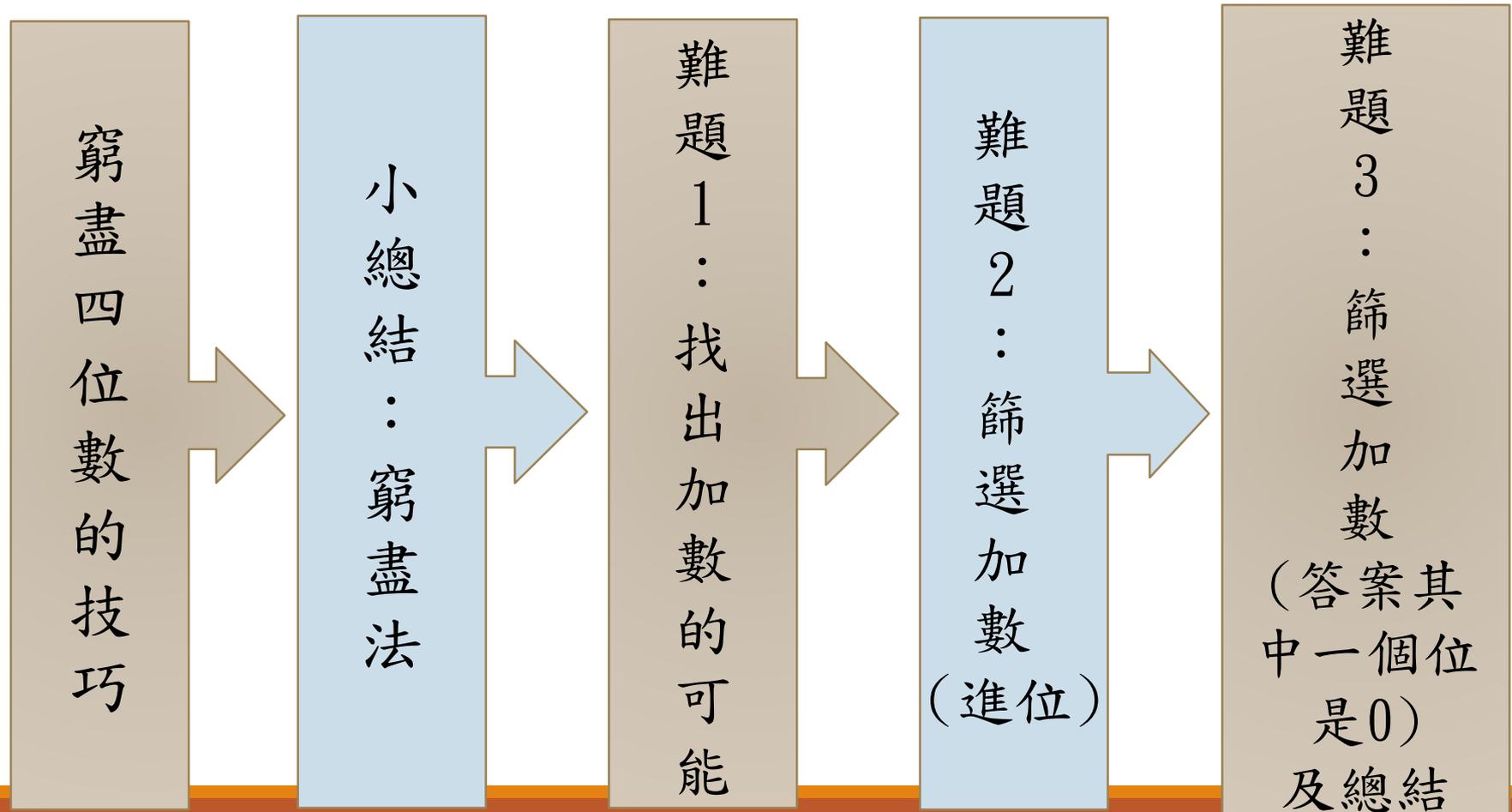
前測結果

全班人數：32

題目	答對率
<p>1. 利用 0, 1, 3, 4 這四個數字，最多可以組成_____個不同的四位數。</p>	<p>18.75%</p>
<p>2. 已知下面算式的和是一個四位數，但被塗污了。現提供了以下三張數卡組成加數，問加數可能是多少？(請列出所有可能的答案)</p> $ \begin{array}{r} \\ + \\ \hline \text{☁} \text{☁} \text{☁} \text{☁} \end{array} $ <p style="text-align: center;"> 3 2 8 </p> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">7</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">9</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">1</div> </div> <p>答：加數(方格內的數)可能是_____。</p>	<p>15.63%</p>
<p>3. 已知下面算式的差是一個四位數，但被塗污了。現提供了以下四張數卡組成減數，問可以組成的減數有多少個？</p> $ \begin{array}{r} \\ - \\ \hline \text{☁} \text{☁} \text{☁} \text{☁} \end{array} $ <p style="text-align: center;"> 8 6 7 5 </p> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">9</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">0</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">2</div> </div> <p>答：可以組成的減數有_____個。</p>	<p>3.16%</p>

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

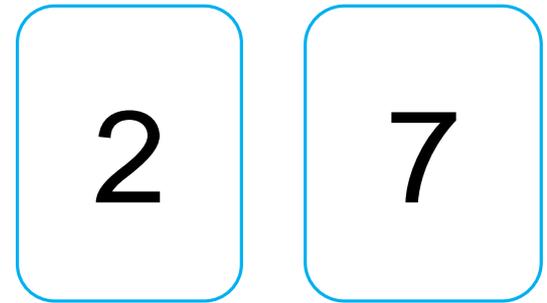
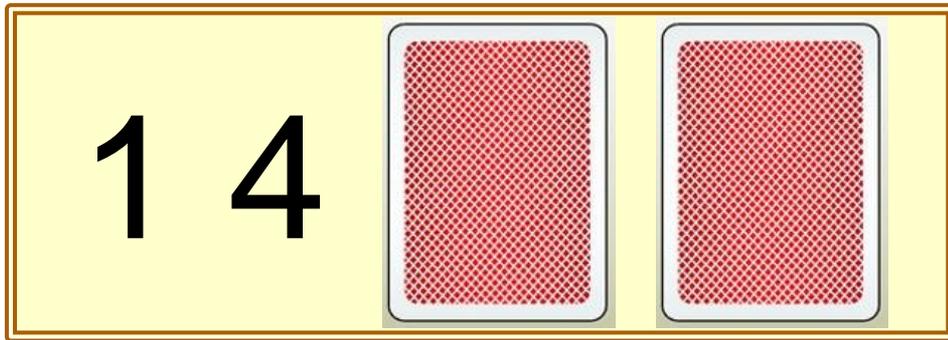
教學設計



窮盡法(三年級~數的組合與加減)

大雄的疑難1：

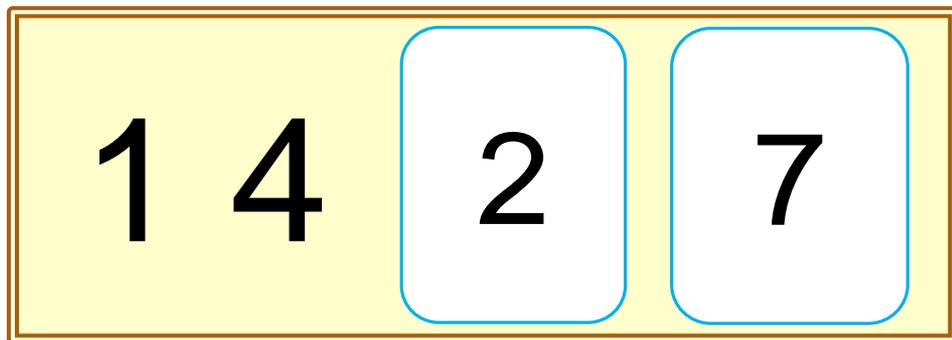
以下是一個四位數，已知數卡上的數字是「2」和「7」，問最多可以組成多少個不同的四位數？



窮盡法(三年級~數的組合與加減)

大雄的疑難1：

以下是一個四位數，已知數卡上的數字是「2」和「7」，問最多可以組成多少個不同的四位數？



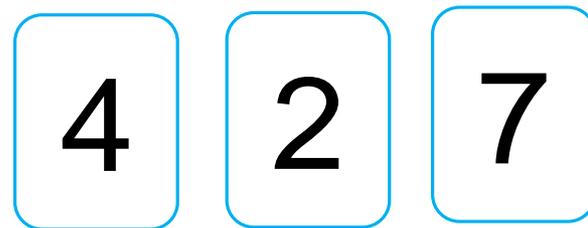
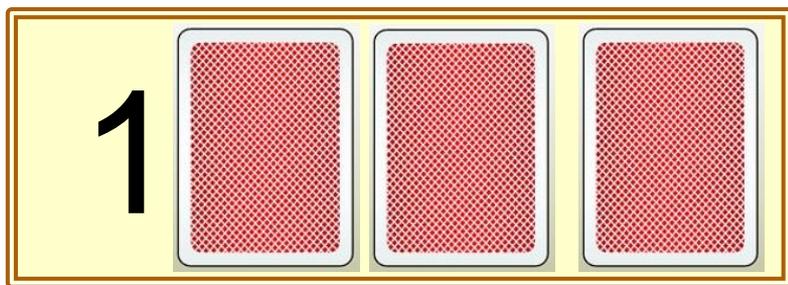
1427

1472

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

大雄的疑難2：

以下是一個四位數，已知數卡上的數字是「4」、「2」和「7」，問最多可以組成多少個不同的四位數？



窮盡法(三年級~數的組合與加減)

課堂片段一

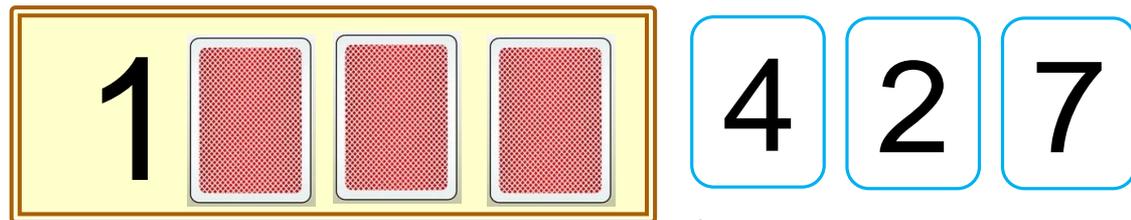
學生解說列舉所有組合的方法

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

運用難題帶出窮盡法

大雄的疑難2

千位	1
	1247
	1274
	1427
	1472
	1724
	1742



窮盡法

有規律地由小至大
列寫所有可能性

答：共可組成 6 個不同的四位數

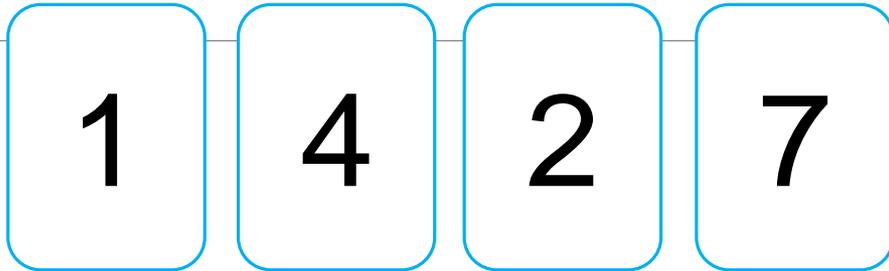
窮盡法(三年級~數的組合與加減)

課堂片段二

教學帶出「窮盡法」及着學生「二人小組對說」

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

利用以下4張數卡，可以組成多少個不同的四位數？



怎樣列寫
才不會遺漏？

千位	1	2	4	7
	1247	2147	4127	7124
	1274	2174	4172	7142
	1427	2417	4217	7214
	1472	2471	4271	7241
	1724	2714	4712	7412
	1742	2741	4721	7421

有規律地由小至大
列寫所有可能性

a) 共可組成 24 個不同的四位數

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

課堂片段三

展示學生不同的思考方法

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

3) 利用 **1** **4** **0** **7** 這四張數卡，

a) 最多可以組成_____個不同的四位數。

思考區：

千位	0	1	4	7

b) 其中十位的數字是「1」的四位數共有_____個。

小總結

什麼是窮盡法？

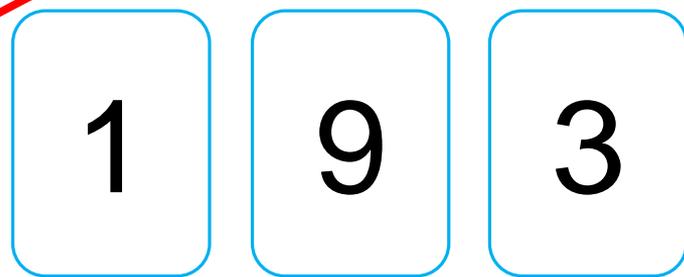
二人小組
對說



窮盡法(三年級~數的組合與加減)

4) 已知下面算式的和是一個四位數，但被小夫塗污。利用千位「2」和以下三張數卡組成加數，問加數可能是多少？(請列出所有可能的加數)

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 4 \quad 2 \\ + \quad 2 \quad \square \quad \square \quad \square \\ \hline \text{雲} \quad \text{雲} \quad \text{雲} \quad \text{雲} \end{array}$$



2139 2319 2913
2193 2391 2931

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

課堂片段四

讓學生解說(如何找出所有加數)

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

學生表現



$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 4 \quad 2 \\ + 2 \quad \square \quad \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

1 9 3

答：加數(2 ? ? ?)可能是 2139、2193、2319、2391、2913、2931

思考區：

2139
2193
2319
2391
2913
2931

答：加數(2 ? ? ?)可能是 2139、2193、2319、2391、2913、2931

思考區：

2	1	9	3
2139	2319	2913	2
2193	2391	2931	2
2百	3百	9百	

寫下百位，然後將最後的個位數反轉

就可以找到答



$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 4 \quad 2 \\ + 2 \quad \square \quad \square \quad \square \\ \hline \end{array}$$

1 9 3

答：加數(2 ? ? ?)可能是 2139、2193、2319、2391

2913, 2931

思考區：

百是 1	百是 9	百是 3
2139 2193	2913 2931	2319 2391

答：加數(2 ? ? ?)可能是 2193、2139、2319、2391

2931, 2913

思考區：

2193, 2139, 2319, 2391, 2931, 2913

百位是 1 百位是 3 百位是 9

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

5) 已知下面算式的和是一個四位數，但被塗污了。
如利用以下四張數卡組成加數，問可以組成的加數有多少個？

$$\begin{array}{r}
 6 \quad 2 \quad 3 \quad 1 \\
 + \quad \boxed{?} \quad \boxed{?} \quad \boxed{?} \quad \boxed{?} \\
 \hline
 \text{☁} \quad \text{☁} \quad \text{☁} \quad \text{☁}
 \end{array}$$



- | | | |
|--------|--------|--------|
| 2034 ✓ | 3024 ✓ | 4023 ✗ |
| 2043 ✓ | 3042 ✓ | 4032 ✗ |
| 2304 ✓ | 3204 ✓ | 4203 ✗ |
| 2340 ✓ | 3240 ✓ | 4230 ✗ |
| 2403 ✓ | 3402 ✓ | 4302 ✗ |
| 2430 ✓ | 3420 ✓ | 4320 ✗ |

可以組成的加數有 12 個

列寫**所有**可能性後
作出**篩選**

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

挑戰題

*7) 已知下面算式的和是一個四位數，但其中三個數字被胖虎塗污了。利用千位「2」和以下三張數卡組成加數，問加數可能是多少？(請列出所有可能的加數)

$$\begin{array}{r} 1627 \\ + 2 \square \square \square \\ \hline \text{☁} 0 \text{☁} \text{☁} \end{array}$$

9

4

3

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

學生表現

答：加數(? ?)可能是 ~~2439~~ ~~2394~~

思考區：

9(百)

4(百)

3(百)

~~2943~~
~~2934~~

~~2493~~
2439

~~2394~~
~~2349~~

答：加數(? ?)可能是 2439, 2394

思考區：

~~2943~~ ~~2493~~ ~~2394~~
~~2934~~ 2439 2349

答：加數(? ?)可能是 ~~2439~~ ~~2394~~

思考區：9(百)

4(百)

3(百)

~~2943~~(x)
~~2934~~(x)

~~2493~~(x)
2439(N)①

~~2394~~(x)②
~~2349~~(x)

因為：

$$\begin{array}{r} 1627 \\ + 2439 \\ \hline 4066 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1627 \\ + 2394 \\ \hline 4021 \end{array}$$

清楚列舉，
小心計算做
馬虎証，妳做
得很好心

答：加數(? ?)可能是 ~~2439~~ ~~2394~~

思考區：

~~2943~~ ~~2493~~ ~~2394~~ ~~2349~~ ~~2934~~ ~~2439~~ 2349 2394
能順序列寫
並小心計算
求証，謹
心

$$\begin{array}{r} 1627 \\ + 2493 \\ \hline 4120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1627 \\ + 2439 \\ \hline 4066 \end{array}$$

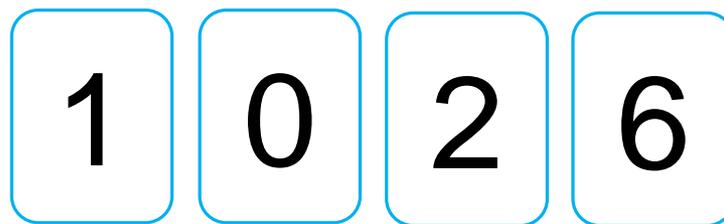
$$\begin{array}{r} 1627 \\ + 2394 \\ \hline 4021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1627 \\ + 2349 \\ \hline 3976 \end{array}$$

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

*9) 已知下面算式的和是一個**四位雙數**，但大雄不小心塗污了。利用以下四張數卡組成加數，問加數可能是多少？(請列出所有可能的加數)

$$\begin{array}{r} 1003 \\ + \boxed{?} \boxed{?} \boxed{?} \boxed{?} \\ \hline \text{☁} \text{☁} \text{☁} \text{☁} \end{array}$$



窮盡法(三年級~數的組合與加減)

前測及工作紙設計特色：

細心閱讀題目，回答下列各題：

- 1) 1 ■■■ 是一個四位數，已知數卡上的數字是「4」、「2」和「7」，最多可以組成_____個不同的四位數

思考區：

設有思考區

- 2) 利用 這四張數卡，最多可以組成_____個不同的四位數。

思考區：

千位				

把題目中的數字隱藏

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

分析前測和後測結果

題目	前測答對率	後測答對率	32人
<p>1. 利用 0, 1, 3, 4 這四個數字，最多可以組成 _____ 個不同的四位數。</p>	18.75%	81.25%	↑62.5%
<p>已知下面算式的和是一個四位數，但被塗污了。現提供了以下三張數卡組成加數，問加數可能是多少？(請列出所有可能的答案)</p> $ \begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 8 \\ + \quad \square \quad \square \quad \square \\ \hline \text{●} \quad \text{●} \quad \text{●} \quad \text{●} \end{array} $ <p style="text-align: center;"> 7 9 1 </p> <p>答：加數(方格內的數)可能是_____。</p>	15.63%	75.00%	↑59.37%
<p>已知下面算式的差是一個四位數，但被塗污了。現提供了以下四張數卡組成減數，問可以組成的減數有多少個？</p> $ \begin{array}{r} 8 \quad 6 \quad 7 \quad 5 \\ - \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \\ \hline \text{●} \quad \text{●} \quad \text{●} \quad \text{●} \end{array} $ <p style="text-align: center;"> 5 9 0 2 </p>	3.16%	65.63%	↑62.47%

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

分析前測和後測的學生表現

1) 利用0、1、3、4 這四個數字，最多可以組成_____個不同的四數位。

前測(18.75%)

利用0、1、3、4 這四個數字，最多可以組成 3 個不同的四位數。

思考區：

1340
3140
4031

學生看似有規律地
列寫，但未能窮盡
所有可能性

後測(81.25%)

利用0、1、3、4 這四個數字，最多可以組成 18 個不同的四位數。

思考區：

1034	3014	4013
1043	3041	4031
1304	3104	4103
1340	3140	4130
1403	3401	4301
1430	3410	4310

學生有策略地運用窮盡法
找出「數的組合」

(3E_4)

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

分析前測和後測的學生表現

2) 已知下面算式的和是一個四位數，但被塗污了，現提供了以下三張數卡組成加數，問加數可能是多少？(請列出所有可能的答案)

前測(15.63%)

$$\begin{array}{r}
 328 \\
 + \boxed{7}\boxed{2}\boxed{7} \\
 \hline
 \text{[blot] [blot] [blot] [blot]}
 \end{array}$$

7 9 1

完全不明白題目要求
並無法找出答案

答：加數可能是 1055

思考區：

$$\begin{array}{r}
 328 \\
 + 727 \\
 \hline
 1055
 \end{array}$$

後測(75.00%)

$$\begin{array}{r}
 328 \\
 + \square\square\square \\
 \hline
 \text{[blot] [blot] [blot] [blot]}
 \end{array}$$

7 9 1

答：加數可能是 791, 719, 971, 917

思考區：

791	✓	$\begin{array}{r} 328 \\ + 791 \\ \hline 1119 \end{array}$	$\begin{array}{r} 328 \\ + 719 \\ \hline 1047 \end{array}$	$\begin{array}{r} 328 \\ + 971 \\ \hline 1299 \end{array}$	$\begin{array}{r} 328 \\ + 917 \\ \hline 1245 \end{array}$
719	✓				
971	✓				
917	✓	$\begin{array}{r} 328 \\ + 917 \\ \hline 1245 \end{array}$			
179	✗	$\begin{array}{r} 328 \\ + 179 \\ \hline 507 \end{array}$			

學生有策略地運用窮盡法找出「數的組合」及篩選答案

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

分析前測和後測的學生表現

3) 已知下面算式的差是一個四位數，但被塗污了。現提供了以下四張數卡組成減數，問可以組成的減數有多少個？

前測(3.123%)1人

$$\begin{array}{r} 8 \quad 6 \quad 7 \quad 5 \\ - \quad \boxed{5} \quad \boxed{9} \quad \boxed{0} \quad \boxed{2} \\ \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \end{array}$$

5

答：可以組成的減數有 2773 個。

思考區：

$$\begin{array}{r} 8675 \\ - 5902 \\ \hline 2773 \end{array}$$

學生有策略地運用窮盡法找出「數的組合」及篩選答案

8) 已知下面算式的和是一個四位數，但被塗污了。現提供了以下三張數卡組成加數，問加數可能是多少？(請列出所有可能的答

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 8 \\ + \quad \boxed{} \quad \boxed{} \quad \boxed{} \\ \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \end{array}$$

答：加數可能是 410 ~~410~~

思考區：

1	7	9
xx	719	917
xx	791	971
xx		
xx		

9) 已知下面算式的差是一個四位數，但被塗污了。現提供了以下四張數卡組成減數，問可以組成的減數有多少個？

$$\begin{array}{r} 8 \quad 6 \quad 7 \quad 5 \\ - \quad \boxed{} \quad \boxed{} \quad \boxed{} \quad \boxed{} \\ \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \end{array} \quad \boxed{5} \quad \boxed{9} \quad \boxed{0} \quad \boxed{2}$$

答：可以組成的減數有 12 個。

思考區：

5	9	0	2
5902	xx	xx	2095
5092	xx	xx	2059
5290	xx	xx	2509
5209	xx	xx	2590
5920	xx	xx	2905
5902	xx	xx	2450

學生找到其中一個，但其實不明白要找什麼

後測(65.63%)21人

窮盡法(三年級~數的組合與加減)

反思及同工的意見

1. 教材設計

- 工作紙的設計能有效地引導學生學習。
- 簡報內容清晰，能有效地利用動畫讓學生掌握窮盡法。

2. 學生之間的互動

- 「二人小組對說」能增強學生之間的互動，有助照顧個別學習差異及提升學生的「說數能力」。

3. 小總結

- 能有效鞏固課堂的學習。

4. 相信學生能夠

- 即使能力稍遜的學生，也能透過學習解難策略，提升高階思維能力。

謝謝！